

А.В. Сигал, доктор экономических наук, Крымский университет имени В.И. Вернадского

Термин «энтропия» происходит от древнегреческого слова «ἐντροπία», которое в переводе означает «поворот», «превращение». В качестве научной категории «энтропия» возникла в естественных науках, прежде всего в физике, а точнее в термодинамике в качестве меры необратимого рассеяния энергии.

Коротко говоря, **энтропия** – это фундаментальное свойство произвольной, состоящей из многих элементов, системы, для которой характерна неоднозначность и/или случайность поведения. При этом энтропия представляет собой меру хаоса, т.е. степень беспорядка системы и ее поведения.

Чем меньшим значением обладает энтропия системы, тем большей стабильностью характеризуется деятельность этой системы. И, наоборот, чем большим значением обладает энтропия системы, тем более хаотичным является функционирование такой системы.

Термодинамика возникла благодаря желанию людей подчинить себе движущую силу пара. Поэтому сначала термодинамика занималась исследованием тепла. Однако со временем термодинамика существенно расширила сферу, так сказать, своих интересов и стала теорией о превращениях всех форм энергии. В таком виде термодинамика существует и по сей день.

Термодинамика основана на небольшом числе постулатов (аксиом), которые в сжатой форме вобрали в себя накопленный опыт по изучению энергии. Эти утверждения носят название **начал** или **законов** термодинамики. Всего насчитывается четыре начала (закона) термодинамики. В основе утверждений этих законов термодинамики лежит обобщение данных, полученных в результате наблюдений и проведенных испытаний.

Нулевое начало термодинамики было сформулировано чуть более ста лет назад. Оно утверждает следующее: независимо от начального состояния изолированной (замкнутой) системы, в конце концов, в ней установится

термодинамическое равновесие. При этом термодинамическое равновесие подчиняется свойству транзитивности, т.е. если система **A** находится в термодинамическом равновесии с системой **B**, а та, в свою очередь, с системой **C**, то система **A** находится в равновесии с системой **C**. **A**, **B** и **C** можно считать как отдельными системами, так и частями одной равновесной системы.

Первое начало термодинамики было сформулировано в середине XIX века. Согласно этому закону система может совершать работу только за счет своей внутренней энергии или каких-либо внешних источников энергии. Первое начало термодинамики часто формулируют как невозможность существования вечного двигателя первого рода, который совершал бы работу, не черпая энергию из какого-либо источника.

Второе начало термодинамики гласит, что невозможен самопроизвольный переход тепла от тела, менее нагретого, к телу, более нагретому. Одна из формулировок второго начала термодинамики основывается на понятии энтропии:



АРТУР СТЭНЛИ ЭДДИНГТОН
(1882-1944)

энтропия изолированной системы не может уменьшаться (закон неубывания энтропии).

Второе начало термодинамики часто формулируют как невозможность существования вечного двигателя второго рода, который имеет коэффициент полезного действия, равный единице, т.е. двигателя, который превращает в работу все 100 % теплоты.

В своей Гиффордовской лекции «Природа физического мира» известный английский астрофизик **Артур Стэнли Эддингтон** (1882-1944) утверждал, что закон возрастания энтропии занимает высшее положение среди других законов природы. По его мнению, если обнаружится, что какая-нибудь теория вселенной противоречит второму началу термодинамики, то такой теории *«не остается ничего другого, как погибнуть в глубочайшем смирении»*.

Третье начало термодинамики гласит, что приращение энтропии при абсолютном нуле температуры стремится к конечному пределу, не зависящему от того, в каком равновесном состоянии находится система. Из третьего начала термодинамики следует, что невозможно достичь абсолютного нуля температуры ни

в каком конечном процессе, связанном с изменением энтропии. К абсолютному нулю температуры можно лишь приблизиться. Поэтому третье начало термодинамики иногда формулируют как принцип недостижимости абсолютного нуля температуры.

Очевидно, энтропия играет особую роль в термодинамике. Однако энтропия нашла широкое применение не только в термодинамике, но и во многих других отраслях знания. При этом смысл термина «энтропия» существенно различается в различных научных областях.

Так, если в статистической физике энтропия – это мера возможности осуществления какого-либо макроскопического состояния, то в теории информации энтропия – это мера неполноты информации (знаний), а, например, в исторической науке энтропия служит мерой феномена альтернативности (вариативности) исторического процесса.

Энтропийный подход является сравнительно молодым научным методом. Научная история понятия энтропии насчитывает менее двух столетий. Однако за такой короткий срок наука выработала целый ряд различных представлений о феномене энтропии. Общим для различных взглядов на понятие энтропии можно считать то, что энтропия – это всегда мера хаоса макроскопической системы.

Макроскопические системы – это системы, состоящие из многих объектов, понимаемых как ее элементы. Эти элементы сами по себе могут быть микроскопическими: как правило, атомы или молекулы в физических и химических системах. Они могут быть макроскопическими: в частности, макромолекулы в полимерах, клетки в биологических структурах.

Наконец, они могут быть достаточно крупными телами, как, например, «элементарные» объекты в социологии, хозяйствующие единицы в экономике.

Величина значения энтропии характеризует то, как далеко рассматриваемая система отклонилась от упорядоченного, структурированного состояния и как приблизилась она к беспорядочному, полностью хаотичному, бесструктурному, однородному виду. Существуют различные определения понятия «структура».

Как правило, **под структурой понимают характер организации элементов и совокупность отношений между элементами системы. Структура системы определяется характером и свойствами связей между ее элементами.** Такое определение структуры не налагает никаких ограничений на природу самой системы и ее элементов. Это могут быть системы элементарных частиц, системы информационных символов, космические, биологические, социальные или экономические системы.

Каждая система может быть отнесена к одному из трех следующих классов. *Первый класс* – класс высокоорганизованных систем, т.е. систем, обладающих развитой и сложной структурой. *Второй класс* – класс частично организованных систем, т.е. систем, обладающих не слишком сложной и не слишком простой структурой. *Третий класс* – класс хаотических систем, т.е. систем, обладающих случайностью распределения своих элементов, их появления, расположения и движения.

Как уже неоднократно отмечалось, энтропия является мерой хаоса. Но, одновременно с этим энтропия является и мерой структурной организованности систем, т.к. хаос и порядок – это не только противоположные, но и взаимодополняющие понятия.

Это можно трактовать как единство противоположностей, равновесие или неравновесие между которыми определяет направление и темп развития (прогресса или деградации) структур в рассматриваемой системе. Таким образом, энтропию можно считать мерой хаоса/порядка, т.е. одновременно мерой и хаотичности, и упорядоченности.

Энтропия, как мера хаоса/порядка, изучалась в системах разной природы: это и энтропия Клаузиуса в термодинамике, и энтропия Больцмана в статистической физике, и энтропия Шеннона в теории информации, и энтропия Колмогорова в теории динамических систем, и энтропия фон Неймана в квантовой механике.

Максимально возможное значение энтропии заданной системы соответствует наименьшей степени ее структурной организованности, т.е. наибольшей хаотичности, неупорядоченности и неразберихи. Малое значение энтропии, напротив, соответствует высокой структурной упорядоченности соответствующей системы. Часто как синоним термина «энтропия» используют словосочетание «структурная энтропия». Этим подчеркивают тот факт, что значение энтропии характеризует степень структурной организованности (упорядоченности) системы.

1. Принцип Карно

История энтропии как научного понятия началось с исследований по термодинамике, выполненных Сади Карно. **Николя Леонар Сади Карно** (1796-1832) – французский физик и математик. За свою короткую жизнь Карно, военный инженер по профессии, успел опубликовать всего одну единственную научную работу, являющуюся основополагающей в термодинамике.



НИКОЛЯ ЛЕОНАР САДИ КАРНО
(1796-1832)

Еще в период своей военной службы Карно посещал лекции в Сорбонне, Коллеж де Франс, Консерватории искусств и ремесел. В начале 20-х годов XIX века его заинтересовали недавно появившиеся паровые машины. Свежий взгляд инженера по образованию и физика по призванию сумел проникнуть в самую суть превращения (греч. $\epsilon\nu\tau\rho\omicron\upsilon\nu$) тепла в механическое движение.

В 1824 году он опубликовал небольшую брошюру, название которой можно перевести так: «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развить эту силу». В этой работе Сади Карно провел анализ существовавших тогда паровых машин, ввел

такие понятия термодинамики, как идеальная тепловая машина, идеальный цикл (цикл Карно), обратимость и необратимость термодинамических процессов, а также объяснил, как и почему теплота может превращаться в работу.

Размышляя о «получении движения из тепла» и анализируя полный рабочий цикл (цикл Карно) идеальной тепловой машины, он впервые пришел к выводу о том, что работа производится только при переходе тепла от нагретого тела к более холодному. Кроме того, Карно сформулировал положение, что величина работы обусловлена разностью температур нагревателя и холодильника и не зависит от природы вещества, работающего в тепловой машине (*теорема Карно*).

Наконец, как выяснилось почти 150 лет спустя, в своей работе Сади Карно сформулировал один из важнейших научных принципов современного естествознания. Этот закон называется принципом Карно, который больше известен как второе начало термодинамики или принцип энтропии.

Принцип Карно часто формулируют как **закон неубывания энтропии**: *в изолированной (замкнутой) системе энтропия не уменьшается.*

Второе начало термодинамики постулирует ограничения на направление процессов передачи тепла между телами. Существует несколько равносильных формулировок этого принципа. Одной из таких формулировок второго начала термодинамики является утверждение о невозможности создания вечного двигателя второго рода, т.е. устройства, способного превращать в работу все тепло, извлекаемое из окружающих тел.

В 1832 году Сади Карно умер во время эпидемии холеры. При жизни его труд остался неизвестным, хотя Карно продолжал изучение тепловых машин и после публикации «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развить эту силу».

Свои наблюдения, размышления и выводы он записывал в дневнике, намереваясь со временем их систематизировать и опубликовать. Однако судьба не предоставила ему такой возможности...

Научное наследие С. Карно было утрачено, т.к. все его имущество, включая бумаги, было сожжено. Уцелела лишь одна записная книжка, которая была опубликована спустя 70 лет после его смерти – в 1902 году.

Как выяснилось, в этих заметках Карно сформулировал основные положения кинетической теории, подробно обосновал принцип сохранения энергии (первое начало термодинамики), вычислил механический эквивалент теплоты.

Первое начало термодинамики часто формулируют как утверждение о невозможности создания вечного двигателя первого рода, т.е. устройства, способного бесконечно совершать работу без затрат топлива или других энергетических ресурсов.

[\(Продолжение следует\)](#)

А.В. Сигал, доктор экономических наук, Крымский университет имени В. И. Вернадского, г. Симферополь

В следующих номерах журнала будет рассказано об энтропии Клаузиуса в термодинамике, энтропии Больцмана в статистической физике, энтропии Шеннона в теории информации, энтропии Колмогорова в теории динамических систем и энтропии фон Неймана в квантовой механике.

[№2, 2016](#)

<https://www.krainaz.org/2016-02>

ЭВОЛЮЦИЯ ВЗГЛЯДОВ НА ПОНЯТИЕ ЭНТРОПИИ

<https://www.krainaz.org/2016-03/122-entropy-03>

[Начало в №2, 2016](#)

2. Результаты Клапейрона

В 1834 году **Бенуа Клапейрон** изучил работу «*Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развить эту силу*» и по достоинству оценил открытия, сделанные С. Карно.



БЕНУА ПОЛЬ ЭМИЛЬ КЛАПЕЙРОН
(1799-1864),

ФРАНЦУЗСКИЙ ФИЗИК И
ИНЖЕНЕР

Клапейрон ознакомил широкую научную общественность своего времени с идеями Карно и развил их далее в своих работах. Клапейрону удалось формализовать принцип Карно, придав ему графическую и аналитическую форму, и вывести формулу для вычисления коэффициента полезного действия (КПД) тепловой машины.

Полезная работа A в цикле Карно равна:

$$A = Q_1 - Q_2,$$

Где Q_1 – количество тепла в рабочем теле до выполнения работы, Q_2 – количество тепла в рабочем теле после выполнения работы.

Клапейрон также выяснил, что количество тепла в конкретном тепловом цикле пропорционально температуре, т.е. $Q = \lambda \cdot T$, где λ – константа. КПД (η)

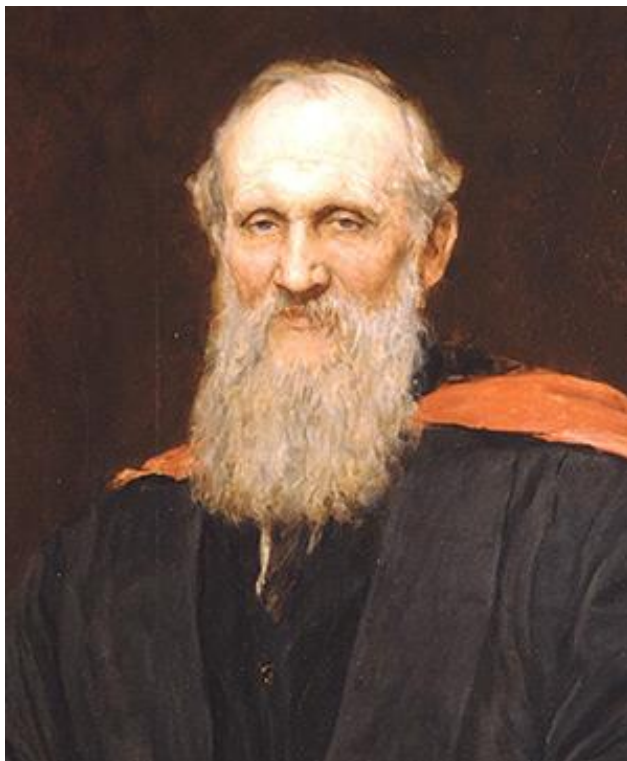
действия машины Клапейрон определил как отношение работы к затраченной теплоте:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

где T_1 и T_2 – температура рабочего тела до и после выполнения работы.

Кроме того, Клапейрон вывел уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона, часто записываемое в форме уравнения Менделеева-Клапейрона), которое обобщает закон Бойля-Мариотта, закон Гей-Люссака, закон Шарля и позволяет пересчитать объем 1 моля газа для произвольных значений температуры и давления.

Результаты, полученные Карно и Клапейроном, позволили вплотную подойти к возможности введения понятия энтропии в термодинамике. Образно говоря, их достижения в исследованиях по термодинамике образуют своеобразную предысторию возникновения в науке понятия энтропии. Автором понятия «энтропия» можно назвать преподавателя физики в Цюрихской школе **Рудольфа Клаузиуса**, который **в 1850 году** первым сформулировал второе начало термодинамики как закон о том, что теплота не может сама собой перейти от более холодного тела к более горячему.



УИЛЬЯМ ТОМПСОН, ЛОРД КЕЛЬВИН
(1824-1907)

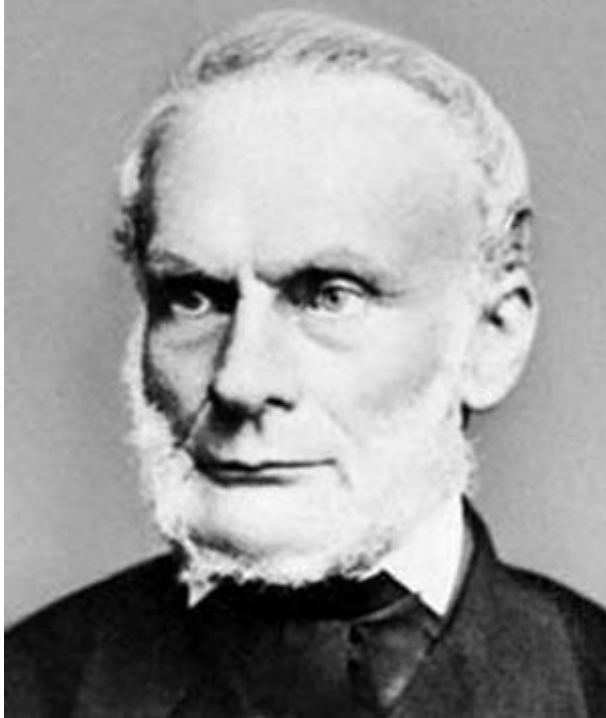
БРИТАНСКИЙ ФИЗИК И МЕХАНИК

В 1851 году Уильям Томпсон, профессор натуральной философии в университете Глазго, дал несколько иную формулировку второго начала термодинамики и предложил использовать термин «энтропия» для меры превращений энергии. Как отмечалось выше, термин «**τροπή**» в переводе с греческого языка означает «**изменение**», «**превращение**», «**преобразование**», «**обращение внутрь**». При этом учитывался тот факт, что эта величина как раз и является мерой превращения тепловой энергии в механическую энергию, и наоборот.

3. Термодинамическое определение энтропии

Рудольф Клаузиус ввел представление о новой термодинамической величине, которую он назвал *термодинамической энтропией*. Подставляя соотношения из уравнения для КПД (η) в выражение для полезной работы A , для цикла Карно получаем соотношение

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = Q_1 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$



РУДОЛЬФ ЮЛИУС ЭММАНУЭЛЬ
КЛАУЗИУС

(1822-1888)

НЕМЕЦКИЙ ФИЗИК, МЕХАНИК И
МАТЕМАТИК

$$A = Q_1 - Q_2 = Q_1 \cdot$$

Следовательно, в цикле Карно справедливы пропорции:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{или} \quad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} .$$

Таким образом, в цикле Карно значение отношения Q/T является постоянной величиной. Этой постоянной величине и было дано название энтропия.

Результаты Клаузиуса так и остались бы известными лишь специалистам по теплофизике, если бы идея о **превращениях** энергии не была распространена на все процессы. Более того, Уильям Томпсон распространил эту идею на всю Вселенную и, основываясь на втором начале термодинамики, пришел к выводу о неизбежности тепловой смерти Вселенной.

Тепловая смерть – это термин, характеризующий конечное состояние любой замкнутой термодинамической системы и, в частности, Вселенной. Согласно второму началу термодинамики, любая физическая система, не обменивающаяся энергией с другими системами (для Вселенной в целом такой обмен, очевидно, невозможен), стремится к наиболее вероятному равновесному состоянию, т.е. к состоянию, обладающему максимально возможным значением энтропии.

Для Вселенной такое состояние и представляет собой её тепловую смерть. Споры о неизбежности тепловой смерти Вселенной не утихают до сих пор. При этом трудно сказать, что больше движет участниками этой научной дискуссии: желание дойти до самой сути и выяснить истинную судьбу видимого мира, эсхатологические ожидания или инстинкт самосохранения.

Малопонятный, но звучный, термин «энтропия» и, в первую очередь, апокалиптический сюжет с тепловой смертью Вселенной сделали свое дело и об энтропии заговорили все: от философов и теологов до журналистов и простых обывателей, при этом каждый вкладывал в это слово свой смысл. Из чисто научного термина постепенно «энтропия» превратилась в обыденное слово. В сознании широкой публики второе начало термодинамики и по сей день окружено величественным нимбом загадочности.

Об энтропии пишут стихи и песни, читают лекции, как научные, так и популярные. Тем не менее, доминирует мнение, что просто и доступно объяснить суть этого понятия невозможно.

4. Статистическое определение энтропии

Крупнейший учёный **Людвиг Больцман** потратил значительную часть жизни, стараясь объяснить смысл энтропии. Сразу отметим, что переоценить вклад Больцмана в учение об энтропии невозможно.



ЛЮДВИГ БОЛЬЦМАН
(1844-1906),
АВСТРИЙСКИЙ ФИЗИК,
ОСНОВАТЕЛЬ СТАТИСТИЧЕСКОЙ
МЕХАНИКИ И МОЛЕКУЛЯРНО-
КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Один из ведущих специалистов в области кинетической теории и статистической физики, известный итальянский физик-теоретик **Карло Черчиньяни** (1939-2010), написавший биографическую книгу о Л. Больцмане, следующим образом характеризует важность его работ в этой области: *«Только хорошо поняв второе начало термодинамики, можно ответить на вопрос, почему вообще возможна жизнь».*

Все живые существа вынуждены постоянно поддерживать в порядке свои форму и структуру, борясь с всеобщей тенденцией к рассеянию, беспорядку и хаосу. Клаузиус считал, что именно эту тенденцию и описывает второе начало термодинамики.

В 1877 году Людвиг Больцман установил связь энтропии с вероятностью состояния системы. Несколько позже Макс Планк представил эту связь в виде следующей формулы: $S = k \ln W$, где S – энтропия термодинамического состояния системы, k – постоянная Больцмана,

W – статистический вес состояния системы, который равен числу возможных микросостояний (способов), с помощью которых можно составить данное макроскопическое состояние системы.



МАКС КАРЛ ЭРНСТ ЛЮДВИГ ПЛАНК
(1858-1947),
НЕМЕЦКИЙ УЧЕНЫЙ,
ОДИН ИЗ ОСНОВОПОЛОЖНИКОВ
КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

Значение постоянной Больцмана в Международной системе единиц СИ равно $k = 1,3806 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Очевидно, числовое значение постоянной Больцмана очень мало. Название константе k предложил Макс Планк.

Альберт Эйнштейн (1879-1955) назвал этот постулат принципом Больцмана. Принцип Больцмана положил начало статистической механике, которая описывает термодинамические системы, используя статистическое поведение составляющих их компонент.

Принцип Больцмана связывает микроскопические свойства системы (W) с одним из ее термодинамических свойств (S). Согласно определению, энтропия является функцией состояния, т.е. не зависит от способа достижения этого состояния, а определяется параметрами этого состояния.

Так как W может быть только натуральным (и, наверняка, большим двойки) числом, то, исходя из свойств логарифма, можно утверждать, что **энтропия Больцмана всегда принимает только неотрицательные значения.**

Больцману удалось дать кинетическую интерпретацию энтропии. Он показал, что логарифм числа W равновероятных микросостояний термодинамической системы обладает всеми свойствами термодинамической энтропии Клаузиуса, а умножение логарифма числа W на постоянную Больцмана и дает функцию, которая полностью тождественна (в физическом смысле) размерной энтропии Клаузиуса.

Людвиг Больцман, вводя физико-статистическое определение энтропии, заметил, что **энтропия характеризует недостающую информацию** о системе.

Следовательно, энтропия представляет собой меру неполноты информации о системе.

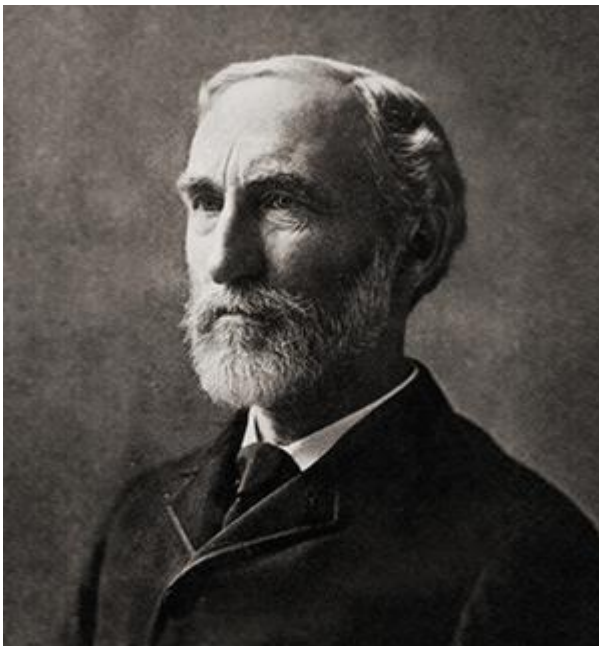
Таким образом, Больцман первым разглядел информационный смысл энтропии. Лишь через 80 лет теоретико-информационная интерпретация энтропии стала общепризнанной.

Несомненно, формула $S=k \cdot \ln W$ является удивительным научным открытием Больцмана. Поначалу научное сообщество восприняло идеи Больцмана об энтропии с недоверием и даже враждебностью.

Но, в конце концов, научный подвиг Больцмана по выявлению кинетической и информационной природы энтропии был оценен по достоинству. Неслучайно на надгробном камне могилы Людвиг Больцмана, расположенной на Центральном кладбище Вены, выбита формула « $S = k \cdot \log W$ ».

5. Энтропия Гиббса

В 1876 году Джозайя Гиббс в своей фундаментальной работе «*Основные принципы статистической*



механики» ввел энтропию, используя распределение плотности вероятностей состояний.

В 1901 году Гиббс был удостоен Медали Копли Лондонского королевского общества, высшей награды международного научного сообщества того времени. Медаль Копли учреждена в 1731 году и вручается ежегодно только одному ученому за достижения в какой-либо из областей науки.

ДЖОЗАЙЯ УИЛЛАРД ГИББС
(1839-1903)

АМЕРИКАНСКИЙ ФИЗИК,
ФИЗИКОХИМИК, МАТЕМАТИК И
МЕХАНИК, ОДИН ИЗ СОЗДАТЕЛЕЙ
ВЕКТОРНОГО АНАЛИЗА,
СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ
ТЕРМОДИНАМИКИ

Гиббсу была присуждена Медаль Копли за то, что он стал «*первым, кто применил второй закон термодинамики для всестороннего рассмотрения соотношения между химической, электрической и тепловой энергией и способностью к совершению работы*».

Основные работы Гиббса относятся к химической термодинамике, математической теории термодинамики и статистической физике. Гиббс разработал

так называемые энтропийные диаграммы, играющие большую роль в технической термодинамике, показал, что трехмерные диаграммы позволяют представить все термодинамические свойства вещества.

Интерес Гиббса к исследованию вопросов равновесия и энтропии подтверждает тот факт, что в качестве эпиграфа к одной из своих статей Гиббс выбрал крылатую фразу Клаузиуса: *«Энергия мира постоянна. Энтропия мира стремится к максимальной»*.

Впрочем, справедливости ради, отметим, что в последнее время ряд учёных выражают сомнения различной степени в справедливости принципа возрастания энтропии. Энтропия Гиббса представляет собой некоторый интеграл, обобщает энтропию Больцмана и стала первым существенным обобщением понятия энтропии со времени Клаузиуса.

Отметим, что Гиббс в своих исследованиях по термодинамике и теории энтропии опирался, прежде всего, на работы Клаузиуса и Гельмгольца.



GERMAN LUDWIG FERDINAND
FON HELMHOLTZ
(1821-1894),

НЕМЕЦКИЙ ФИЗИК, ВРАЧ,
ФИЗИОЛОГ И ПСИХОЛОГ

Уже в своих первых научных работах при изучении процессов брожения и теплообразования в живых организмах Гельмгольц пришел к формулировке закона сохранения энергии.

Впоследствии идеи Гиббса были развиты такими крупными физиками, как Джеймс Максвелл и Макс Планк.

Максвелл одним из первых ввел в физику статистические представления, показал статистическую природу второго начала термодинамики, получил такие важные результаты в молекулярной физике и термодинамике, как термодинамические соотношения Максвелла, правило Максвелла для фазового перехода жидкость-газ.

В 1867 году Максвелл придумал мысленный эксперимент, иллюстрирующий кажущееся нарушение второго начала термодинамики. Этот мысленный эксперимент

принято называть «демоном Максвелла», как и главного персонажа этого эксперимента.

Демон Максвелла – это воображаемое разумное существо микроскопического размера, позволяющее в сосуде, наполненном газом и разделенном пополам непроницаемой перегородкой, проникать быстрым (горячим) молекулам газа только из левой половины сосуда в его правую половину, а медленным (холодным) молекулам – только из правой половины в левую.

Через большой промежуток времени горячие молекулы газа окажутся в правой половине сосуда, а холодные – в левом. Таким образом, получается, что демон Максвелла позволяет нагреть правую часть сосуда и охладить левую без дополнительного подвода энергии к системе.

Энтропия для системы, состоящей из правой и левой частей сосуда, в начальном состоянии больше, чем в конечном, что противоречит термодинамическому принципу неубывания энтропии в замкнутых системах.



ДЖЕЙМС КЛЕРК МАКСВЕЛЛ
(1831-1879)

БРИТАНСКИЙ ФИЗИК,
МАТЕМАТИК И МЕХАНИК,
ЗАЛОЖИВШИЙ ОСНОВЫ
СОВРЕМЕННОЙ
КЛАССИЧЕСКОЙ
ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Интересно отметить, что Максвелл с чисто механической точкой зрения не являлся сторонником второго начала термодинамики. Однако Максвелл был первым, кто осознал статистический характер второго начала.

Согласно Максвеллу, оно может нарушаться отдельными молекулами, но остается справедливым для больших совокупностей частиц. Для иллюстрации этого положения Максвелл и предложил парадокс, известный как «демон Максвелла» (термин предложен Томсоном, сам Максвелл предпочитал слово «клапан»).

Парадокс демона Максвелла был разрешен уже в XX веке в работах польского физика **Мариана Смолуховского** (1872-1917), указавшего на роль флуктуаций в самом управляющем элементе, и американского физика **Лео Сциларда** (1898-1964),

показавшего, что получение «демоном» информации о молекулах приводит к повышению энтропии.

Таким образом, второе начало термодинамики не нарушается. В 2010 году мысленный эксперимент «демон Максвелла» в реальности удалось реализовать группе физиков из двух японских университетов (Тюо и Токийского университета).

Интересно отметить, что научные труды Гиббса привлекли к себе большое внимание и повлияли на деятельность многих учёных, работавших в самых разных областях науки, в том числе и в экономической науке.

Так, американский инженер **Говард Скотт** (1890-1970) призывал активно применять результаты Гиббса, полученные им в термодинамике, векторном анализе и математической физике, в сфере исследования экономических и других социальных явлений.

В 1932 году Скотт написал эссе об энергетической регуляции экономики *«Термодинамическая интерпретация социальных явлений»*.

Скотт цитировал Гиббса как интеллектуального научного праотца концепций технократии. Особенное влияние на Скотта оказали работы Гиббса в термодинамике и линейном векторном анализе.

Идеи, которые Скотт почерпнул из этих работ, привели к понятиям *расчета энергетических потребностей (энергетического учета)*.

Энергетический учет – это система, используемая в системах энергетического управления, где измерение и анализ энергетического потребления осуществляется с целью улучшения энергетической эффективности в пределах организации.

Энергетическая экономика относится к направлению экономической мысли, называемому **«термоэкономика»**, широкой научной предметной области, которая изучает снабжение энергией и ее использование в обществе.

Термоэкономисты утверждают, что экономические системы всегда включают в себя вещество, энергию, энтропию и информацию. Более того, целью экономической деятельности является достижение определенной структуры.

Имеются и термоэкономические попытки применения для моделирования экономической деятельности, как теории неравновесной термодинамики, изучающей структурные образования, называемые диссипативными структурами, так и теории информации, в которой центральной конструкцией является информационная энтропия. При этом функцией экономической деятельности считается создание недостающих ресурсов из естественных потоков энергии и материи.

В терминологии термодинамики, экономическая деятельность представляет собой развитие диссипативной системы, осуществляемое за счет превращения и обмена ресурсами, товарами и услугами. Эти процессы включают в себя комплексные сети потоков энергии и материи.

Отметим также, что в экономику концепцию энтропии первым ввел американский экономист румынского происхождения **Николас (Николае) Джорджеску-Реген** (1906-1984).

Одно из главных произведений Джорджеску-Регена называется «*Закон энтропии и экономический процесс*». Дальнейшее развитие идей Джорджеску-Регена привело к течению экономической мысли, которое называют «**экологическая экономика**».

В частности, последователи экономических взглядов Джорджеску-Регена, основоположники экологической экономики американский ученый **Герман Эдвард Дейли** (род. 1938) и японский учёный **Козо Маюми** (род. 1954) распространили теорию Джорджеску-Регена об энтропии на исследования в энергетическом анализе.

Интересно, что работы Гиббса оказали существенное влияние на формирование научных взглядов известного американского экономиста, первого президента (1931-1934) Международного эконометрического общества **Ирвинга Фишера** (1867-1947), работы которого по количественной теории денег привели к возникновению в середине XX века макроэкономической теории монетаризма, являющейся одним из главных направлений неоклассической экономической мысли.

А.В. Сигал, доктор экономических наук, Крымский университет имени В. И. Вернадского, г. Симферополь

В следующих номерах журнала будет рассказано об энтропии Шеннона в теории информации, энтропии Колмогорова в теории динамических систем и энтропии фон Неймана в квантовой механике.

[№3, 2016](#)

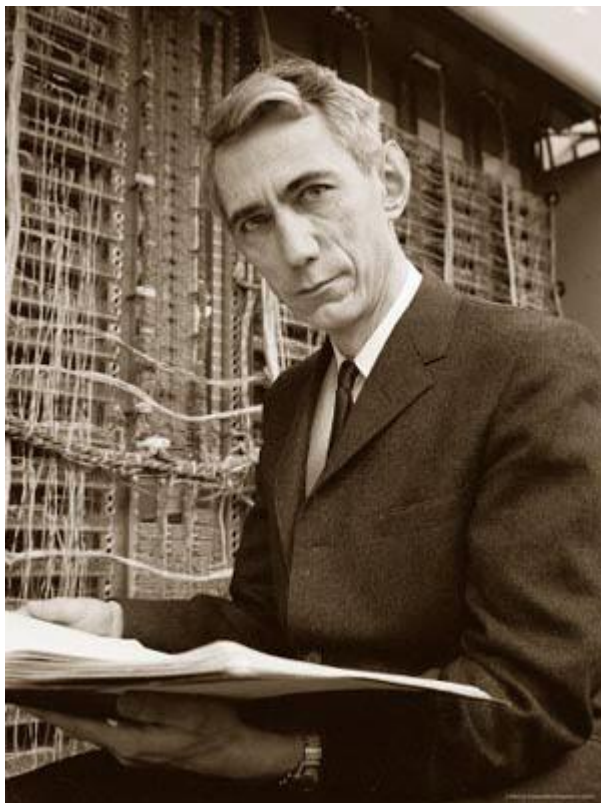
ЭВОЛЮЦИЯ ВЗГЛЯДОВ НА ПОНЯТИЕ ЭНТРОПИИ

<https://www.krainaz.org/2016-04/153-entropy-04>

Окончание. Начало в [№2](#), [№3](#) 2016

6. Энтропия Шеннона

Клод Шеннон первым начал интерпретировать передаваемые сообщения и шумы в каналах связи с точки зрения статистики, рассматривая как конечные, так и непрерывные множества сообщений. Клода Шеннона называют *«отцом теории информации»*.



КЛОД ЭЛВУД ШЕННОН

(1916-2001)

АМЕРИКАНСКИЙ ИНЖЕНЕР И
МАТЕМАТИК, ОСНОВАТЕЛЬ
ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ, Т.Е.
ТЕОРИИ ОБРАБОТКИ, ПЕРЕДАЧИ
И ХРАНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Одной из самых известных научных работ Клода Шеннона является его статья *«Математическая теория связи»*, опубликованная в 1948 году.

В этой работе Шеннон, исследуя проблему рациональной передачи информации через зашумленный коммуникационный канал, предложил вероятностный подход к пониманию коммуникаций, создал первую, истинно математическую, теорию энтропии как меры случайности и ввёл меру дискретного распределения p вероятности на множестве альтернативных состояний передатчика и приёмника сообщений.

Шеннон задал требования к измерению энтропии и вывел формулу, ставшую основой количественной теории информации:

$$H(p) = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i$$

Здесь n – число символов, из которых может быть составлено сообщение (алфавит), H – **информационная двоичная энтропия**.

На практике значения вероятностей p_i в приведённой формуле заменяют их статистическими оценками: $p_i = N_i/N$ – относительная частота i -го символа в сообщении, где N – число всех символов в сообщении, N_i – абсолютная частота i -го символа в сообщении, т.е. число встречаемости i -го символа в сообщении.

Во введении к своей статье «Математическая теория связи» Шеннон отмечает, что в этой статье он расширяет теорию связи, основные положения которой содержатся в важных работах **Найквиста** и **Хартли**.



ГАРРИ НАЙКВИСТ
(1889-1976)

АМЕРИКАНСКИЙ ИНЖЕНЕР
ШВЕДСКОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ,
ОДИН ИЗ ПИОНЕРОВ ТЕОРИИ
ИНФОРМАЦИИ

Первые результаты Найквиста по определению ширины частотного диапазона, требуемого для передачи информации, заложили основы для последующих успехов Клода Шеннона в разработке теории информации.

В 1928 году Хартли ввёл логарифмическую меру информации $H = K \cdot \log_2 N$, которую часто называют хартлиевским количеством информации.

Хартли принадлежит следующая важная теорема о необходимом количестве информации: если в заданном множестве M , состоящем из N элементов, содержится элемент x , о котором известно только то, что он принадлежит этому множеству M , то, чтобы найти x , необходимо получить об этом множестве количество информации, равное $\log_2 N$ бит.

Кстати, отметим, что название **БИТ** произошло от английской аббревиатуры **BIT** – *Binary digiT*. Этот термин впервые был предложен американским математиком **Джоном Тьюки** в 1946 году. Хартли и Шеннон использовали бит как единицу измерения информации.



РАЛЬФ ВИНТОН ЛАЙОН ХАРТЛИ
(1888-1970)
АМЕРИКАНСКИЙ УЧЁНЫЙ-
ЭЛЕКТРОНИК



ДЖОН УАЙЛДЕР ТЬЮКИ
(1915-2000)
АМЕРИКАНСКИЙ МАТЕМАТИК.
ТЬЮКИ ИЗБРАЛ БИТ ДЛЯ
ОБОЗНАЧЕНИЯ ОДНОГО РАЗРЯДА
В ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЕ
ИСЧИСЛЕНИЯ

Вообще, энтропия Шеннона – это энтропия множества вероятностей p_1, p_2, \dots, p_n . Строго говоря, если X – конечная дискретная случайная величина, а p_1, p_2, \dots, p_n – вероятности всех её возможных значений, то функция

$$H(p) = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i$$

задаёт энтропию этой случайной величины, при этом, хотя X и не является аргументом энтропии, можно записывать

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i$$

Аналогично, если Y – конечная дискретная случайная величина, а q_1, q_2, \dots, q_m – вероятности всех её возможных значений, то для этой случайной величины можно записывать

$$H(Y) = - \sum_{i=1}^n q_i \cdot \log_2 q_i$$

Шеннон назвал функцию

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i$$

энтропией по совету **Джона фон Неймана**.

Нейман убеждал: эту функцию следует назвать энтропией «по двум причинам. В первую очередь, Ваша функция неопределённости была использована в статистической механике под этим именем, так что у неё уже есть имя. На втором месте, и что более важно, никто не знает, что такое энтропия на самом деле, так что в дискуссии Вы всегда будете иметь преимущество».

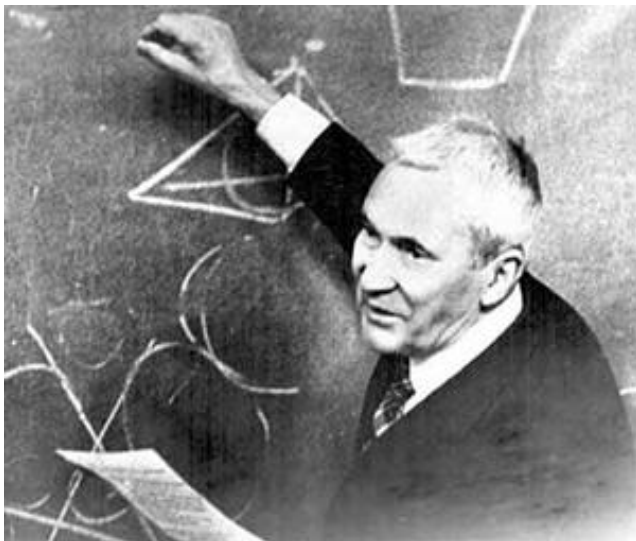
Надо полагать, что этот совет Неймана не был простой шуткой. Скорее всего, и Джон фон Нейман и Клод Шеннон знали об информационной интерпретации энтропии Больцмана как о величине, характеризующей неполноту информации о системе.

В определении Шеннона *энтропия* – это количество информации, приходящейся на одно элементарное сообщение источника, вырабатывающего статистически независимые сообщения.

7. Энтропия Колмогорова

А.Н. Колмогоровым были получены фундаментальные результаты во многих областях математики, в том числе в теории сложности алгоритмов и теории информации.

В частности, ему принадлежит ключевая роль в превращении теории информации, сформулированной Клодом Шенноном как технической дисциплины, в строгую математическую науку, и в построении теории информации на принципиально иной, отличной от шенноновской, основе.



АНДРЕЙ НИКОЛАЕВИЧ КОЛМОГОРОВ
(1903-1987)

СОВЕТСКИЙ УЧЁНЫЙ,
ОДИН ИЗ КРУПНЕЙШИХ
МАТЕМАТИКОВ XX ВЕКА

В своих работах по теории информации и в области теории динамических систем А.Н. Колмогоров обобщил понятие энтропии на эргодические случайные процессы через предельное распределение вероятностей. Чтобы понять смысл этого обобщения, необходимо знать основные определения и понятия теории случайных процессов.

Значение энтропии Колмогорова (еще называемой *K-энтропией*) задает оценку скорости потери информации и может интерпретироваться как мера «памяти» системы, или мера скорости «забывания» начальных условий. Её можно также рассматривать как меру хаотичности системы.

8. Энтропия Реньи

Альфред Реньи ввёл однопараметрический спектр энтропий Реньи.

С одной стороны, энтропия Реньи представляет собой обобщение энтропии Шеннона. А с другой стороны, одновременно с этим она представляет собой

обобщение расстояния (расхождения) *Кульбака-Лейблера*. Отметим также, что именно Реньи принадлежит полное доказательство теоремы Хартли о необходимом количестве информации.

Расстояние Кульбака-Лейблера (информационная дивергенция, относительная энтропия) – это несимметричная мера удалённости друг от друга



двух вероятностных распределений.

Обычно одно из сравниваемых распределений является «истинным» распределением, а второе распределение – предполагаемым (проверяемым) распределением, являющимся приближением первого.

Пусть X, Y – конечные дискретные случайные величины, для которых области возможных значений принадлежат заданному множеству и известны функции вероятности: $P(X = a_i) = p_i$ и $P(Y = a_i) = q_i$.

Тогда значение DKL расстояния Кульбака-Лейблера вычисляется по формулам

$$D_{KL}(X, Y) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot \ln \frac{p_i}{q_i}$$
$$D_{KL}(Y, X) = \sum_{i=1}^n q_i \cdot \ln \frac{q_i}{p_i}$$

АЛЬФРЕД РЕНЬИ
(1921-1970)
ВЕНГЕРСКИЙ МАТЕМАТИК,
СОЗДАТЕЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА В БУДАПЕШТЕ, НЫНЕ
НОСЯЩЕГО ЕГО ИМЯ

В случае абсолютно непрерывных случайных величин X, Y , заданных своими плотностями распределения, в формулах для вычисления значения расстояния Кульбака-Лейблера суммы заменяются соответствующими интегралами.

Расстояние Кульбака-Лейблера всегда является неотрицательным числом, при этом оно равно нулю $D_{KL}(X, Y) = 0$ тогда и только тогда, когда для заданных случайных величин почти всюду справедливо равенство $X = Y$.

В 1960 году Альфред Реньи предлагает своё обобщение энтропии.

Энтропия Реньи представляет собой семейство функционалов для количественного разнообразия случайности системы. Реньи определил свою энтропию как момент порядка α меры ϵ -разбиения (покрытия).

Пусть α – заданное действительное число, удовлетворяющее требованиям $\alpha \geq 0$, $\alpha \neq 1$. Тогда энтропия Реньи порядка α определяется формулой

$$H_\alpha = H_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \left(\sum_{i=1}^n p_i^\alpha \right)$$

где $p_i = P(X = x_i)$ – вероятность события, состоящего в том, что дискретная случайная величина X окажется равна своему соответствующему возможному значению, n – общее число различных возможных значений случайной величины X .

Для равномерного распределения, когда $p_1 = p_2 = \dots = p_n = 1/n$, все энтропии Реньи равны $H_\alpha(X) = \ln n$.

В противном случае, значения энтропий Реньи слабо уменьшаются при возрастании значений параметра α . Энтропии Реньи играют важную роль в экологии и статистике как индексы разнообразия.

Энтропия Реньи также важна в квантовой информации, она может быть использована в качестве меры сложности.

Рассмотрим некоторые частные случаи энтропии Реньи для конкретных значений порядка α :

1. **Энтропия Хартли:** $H_0 = H_0(X) = \ln n$, где n – мощность области возможных значений конечной случайной величины X , т.е. количество различных элементов, принадлежащих множеству возможных значений;

2. **Информационная энтропия Шеннона:**

$$H_1 = H_1(X) = H_1(p) = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i$$

(определяется как предел при $\alpha \rightarrow 1$, который несложно найти, например, с помощью правила Лопиталя);

3. **Корреляционная энтропия** или столкновение энтропии:

$$H_2 = H_2(X) = H_1(p) = - \ln \left(\sum_{i=1}^n p_i^2 \right) = - \ln(X = Y)$$

4. **Min-энтропия:**

$$H_\infty = H_\infty(X) = - \ln \max_i p_i$$

Отметим, что для любого неотрицательного значения порядка ($\alpha \geq 0$) всегда выполняются неравенства $H_\infty(X) \leq H_\alpha(X)$. Кроме того, $H_2(X) \leq H_1(X)$ и $H_\infty(X) \leq H_2(X) \leq 2 \cdot H_\infty(X)$.

Альфред Реньи ввёл не только свои абсолютные энтропии (1.15), он определил также спектр мер расхождений, обобщающих расхождения Кульбака-Лейбнера.

Пусть α – заданное действительное число, удовлетворяющее требованиям $\alpha > 0$, $\alpha \neq 1$. Тогда в обозначениях, использованных при определении значения D_{KL} расстояния Кульбака-Лейблера, значение расхождения Реньи порядка α определяется формулами

$$D_\alpha(X, Y) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \sum_{i=1}^n p_i^\alpha \cdot q_i^{1-\alpha}$$

$$D_\alpha(X, Y) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \sum_{i=1}^n p_i^{1-\alpha} \cdot q_i^\alpha$$

Расхождение Реньи также называют *alpha*-расхождением или α -дивергенцией. Сам Реньи использовал логарифм по основанию 2, но, как всегда, значение основания логарифма абсолютно неважно.

9. Энтропия Тсаллиса

В 1988 году **Константино Тсаллис** предложил новое обобщение энтропии, являющееся удобным для применения с целью разработки теории нелинейной термодинамики.



КОНСТАНТИНО ТСАЛЛИС
(РОД. 1943)
БРАЗИЛЬСКИЙ ФИЗИК
ГРЕЧЕСКОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

Предложенное им обобщение энтропии, возможно, в ближайшем будущем сможет сыграть существенную роль в теоретической физике и астрофизике.

Энтропия Тсаллиса S_q , часто называемая неэкстенсивной (неаддитивной) энтропией, определяется для n микросостояний согласно следующей формуле:

$$S_q = S_q(X) = S_q(p) = K \cdot \frac{1 - \sum_{i=1}^n p_i^q}{q - 1}$$

$$\left(\sum_{i=1}^n p_i = 1; q \in \mathbb{R}; K > 0 \right)$$

Здесь K – размерная константа, если размерность играет важную роль для понимания задачи.

Тсаллис и его сторонники предлагают развивать «неэкстенсивную статистическую механику и термодинамику» в качестве обобщения этих классических дисциплин на случай систем с длинной памятью и/или дальнедействующими силами.

От всех других разновидностей энтропии, в т.ч. и от энтропии Реньи, энтропия Тсаллиса отличается тем, что не является аддитивной. *Это принципиальное и важное отличие.*

Тсаллис и его сторонники считают, что эта особенность даёт возможность построить новую термодинамику и новую статистическую теорию, которые способны просто и корректно описывать системы с длинной памятью и системы, в которых каждый элемент взаимодействует не только с ближайшими соседями, но и со всей системой в целом или её крупными частями.

Примером таких систем, а поэтому и возможным объектом исследований с помощью новой теории, являются космические гравитирующие системы: звёздные скопления, туманности, галактики, скопления галактик и т.п.

Начиная с 1988 года, когда Константино Тсаллис предложил свою энтропию, появилось значительное число приложений термодинамики аномальных систем (с длинной памятью и/или с дальнедействующими силами), в том числе и в области термодинамики гравитирующих систем.

10. Квантовая энтропия фон Неймана



ДЖОН (ЯНОШ) ФОН НЕЙМАН
(1903-1957)

АМЕРИКАНСКИЙ МАТЕМАТИК И
ФИЗИК ВЕНГЕРСКОГО
ПРОИСХОЖДЕНИЯ

Энтропия фон Неймана играет важную роль в квантовой физике и в астрофизических исследованиях.

Джон фон Нейман внёс значительный вклад в развитие таких отраслей науки, как квантовая физика, квантовая логика, функциональный анализ, теория множеств, информатика и экономика.

Он являлся участником Манхэттенского проекта по разработке ядерного оружия, одним из создателей математической теории игр и концепции

клеточных автоматов, а также основоположником современной архитектуры компьютеров.

Энтропия фон Неймана, как всякая энтропия, связана с информацией: в данном случае – с информацией о квантовой системе. И в этом плане она играет роль фундаментального параметра, количественно характеризующего состояние и направление эволюции квантовой системы.

В настоящее время энтропия фон Неймана широко используется в различных формах (условная энтропия, относительная энтропия и т.д.) в рамках квантовой теории информации.

Различные меры запутанности непосредственно связаны с энтропией фон Неймана. Тем не менее, в последнее время появился ряд работ, посвящённых критике энтропии Шеннона как меры информации и возможной её неадекватности, и, следовательно, неадекватности энтропии фон Неймана как обобщения энтропии Шеннона.

Проведенный обзор (к сожалению, беглый, а порой и недостаточно математически строгий) эволюции научных взглядов на понятие энтропии позволяет дать ответы на важные вопросы, связанные с истинной сущностью энтропии и перспективами применения энтропийного подхода в научных и практических исследованиях. Ограничимся рассмотрением ответов на два таких вопроса.

Первый вопрос: имеют ли между собой многочисленные разновидности энтропии, как рассмотренные, так и не рассмотренные выше, что-нибудь общее кроме одинакового названия?

Этот вопрос возникает естественным образом, если принять во внимание то разнообразие, которое характеризует существующие различные представления об энтропии.

На сегодня научное сообщество не выработало единого, признанного всеми, ответа на этот вопрос: одни учёные отвечают на этот вопрос утвердительно, другие – отрицательно, третьи – относятся к общности энтропий различных видов с заметной долей сомнения...

Клаузиус, по-видимому, был первым учёным, убеждённым в универсальном характере энтропии и полагавшим, что во всех процессах, происходящих во Вселенной, она играет важную роль, в частности, определяя их направление развития во времени.

Кстати, именно Рудольфу Клаузиусу принадлежит одна из формулировок второго начала термодинамики: *«Невозможен процесс, единственным результатом которого являлась бы передача тепла от более холодного тела к более горячему»*.

Эту формулировку второго начала термодинамики называют **постулатом Клаузиуса**, а необратимый процесс, о котором идёт речь в этом постулате, – **процессом Клаузиуса**.

Со времени открытия второго начала термодинамики необратимые процессы играли уникальную роль в физической картине мира. Так, знаменитая статья 1849 года **Уильяма Томпсона**, в которой приведена одна из первых формулировок второго начала термодинамики, называлась «Об универсальной тенденции в природе к диссипации механической энергии».

Отметим также, что и Клаузиус был вынужден использовать космологический язык: *«Энтропия Вселенной стремится к максимуму»*.



ИЛЬЯ РОМАНОВИЧ ПРИГОЖИН
(1917-2003)

БЕЛЬГИЙСКО-АМЕРИКАНСКИЙ
ФИЗИК И
ХИМИК РОССИЙСКОГО
ПРОИСХОЖДЕНИЯ, ЛАУРЕАТ
НОБЕЛЕВСКОЙ ПРЕМИИ
ПО ХИМИИ 1977 ГОДА

К аналогичным выводам пришёл **Илья Пригожин**. Пригожин полагает, что принцип энтропии ответственен за необратимость времени во Вселенной и, возможно, играет важную роль в понимании смысла времени как физического феномена.

К настоящему времени выполнено множество исследований и обобщений энтропии, в том числе и с точки зрения строгой математической теории. Однако заметная активность математиков в этой области пока не востребована в приложениях, за исключением, пожалуй, работ **Колмогорова, Реньи и Тсаллиса**.

Несомненно, энтропия – это всегда мера (степень) хаоса, беспорядка. Именно разнообразие проявления феномена хаотичности и беспорядка обуславливает неизбежность разнообразия модификаций энтропии.

Второй вопрос: можно ли признать сферу применения энтропийного подхода обширной или все приложения энтропии и второго начала термодинамики ограничиваются самой термодинамикой и смежными направлениями физической науки?

История научного изучения энтропии свидетельствует, что энтропия – это научное явление, открытое в термодинамике, а затем успешно перекочевавшее в другие науки и, прежде всего, в теорию информации.

Несомненно, энтропия играет важную роль практически во всех областях современного естествознания: в теплофизике, в статистической физике, в физической и химической кинетике, в биофизике, астрофизике, космологии и теории информации.

Говоря о прикладной математике, нельзя не упомянуть приложения принципа максимума энтропии.

Как уже отмечалось, важными областями применения энтропии являются квантово-механические и релятивистские объекты. В квантовой физике и астрофизике такие применения энтропии представляют собой большой интерес.

Упомянем лишь один оригинальный результат термодинамики чёрных дыр: *энтропия чёрной дыры равна четверти площади её поверхности (площади горизонта событий).*

В космологии считается, что энтропия Вселенной равна числу квантов реликтового излучения, приходящихся на один нуклон.

Таким образом, сфера применения энтропийного подхода весьма обширна и включает в себя самые разнообразные отрасли знания, начиная с термодинамики, других направлений физической науки, информатики и заканчивая, например, историей и экономикой.

А.В. Сигал, доктор экономических наук, Крымский университет имени В.И. Вернадского

[№4, 2016](#)